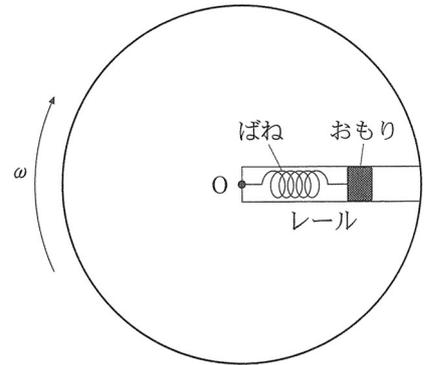


実戦演習 単振動

1

図 2a のように水平な円板の半径方向にレールを取り付け、レール上に大きさの無視できる質量 m [kg] のおもりを置いた。おもりはレール上のみを動く。円板の中心 O にばねの一端を固定し、もう一端をおもりに取り付けた。ばねの自然長は l [m]、ばね定数は k [N/m] とする。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。(1) から (6) までは、おもりとレール間の摩擦は無視する。



円板を鉛直上方から見た図

図 2 a

はじめ円板は静止している。おもりを円板の外側に引っ張ってばねの長さを A [m] とし、時刻 0 [s] で手を離すと、おもりは単振動をはじめた。

- (1) おもりの単振動の振幅と周期を求めなさい。
- (2) 最初にばねが自然長 l になる時刻を求めなさい。
- (3) おもりの加速度の大きさの最大値を求めなさい。
- (4) おもりの速さの最大値を求めなさい。

次に、円板が水平面内で、 O を中心に一定の角速度 ω [rad/s] で回転している場合を考える。

- (5) おもりが振動することなく円板に対し静止しているとき、ばねの長さを求めなさい。
- (6) (5) の状態から、ばねの長さが B [m] となるまで円板の外側におもりを引っ張り、離すと、おもりは円板に対して単振動をはじめた。単振動の振幅と周期を求めなさい。

次に、おもりとレールの間に摩擦力が働く場合を考える。静止摩擦係数は μ とする。円板が静止した状態で、円板の外側におもりを引っ張り、ばねの長さを C [m] とした。このとき、おもりは静止していた。

- (7) 円板の角速度が徐々に増して ω_m [rad/s] となったとき、おもりは円板に対して滑りはじめた。 ω_m の大きさを求めなさい。
- (8) おもりに働く静止摩擦力 f [N] と円板の角速度 ω との関係を表すグラフを、図 2b の選択肢の中から選び、記号で答えなさい。ただし、 f は円板の中心 O から外向きを正とする。

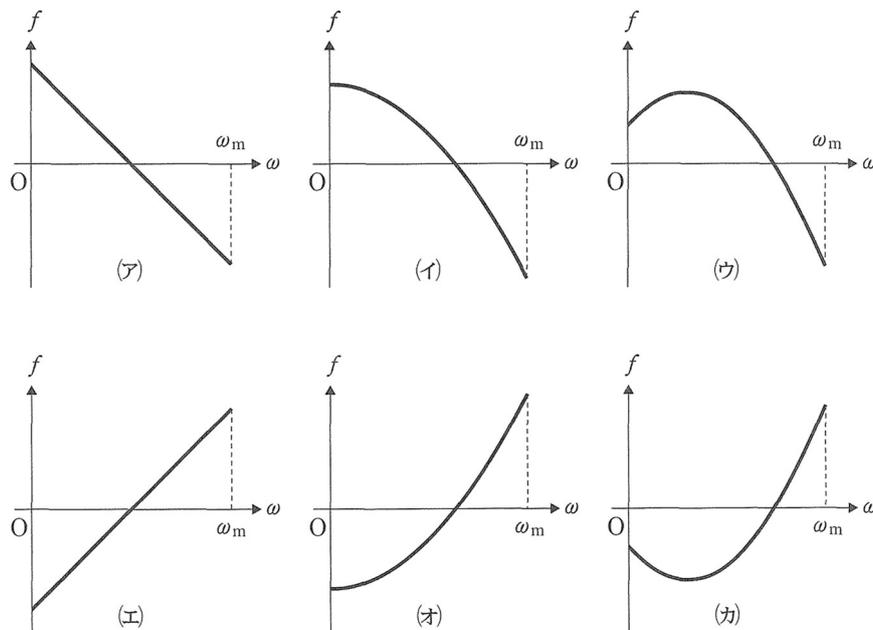


図 2 b

- (9) $\omega=0$ および $\omega=\omega_m$ での f の値をそれぞれ求めなさい。

(1) 振幅 : $A - l$ 周期 : $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (2) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ (3) $\frac{k(A-l)}{m}$

(4) $(A-l)\sqrt{\frac{k}{m}}$ (5) $\frac{kl}{k-m\omega^2}$

(6) 振幅 : $B - \frac{kl}{k-m\omega^2}$ 周期 : $2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2}}$ (7) $\sqrt{\frac{k(C-l) + \mu mg}{mC}}$

(8) (ψ) (9) $\omega = 0$ のとき : $k(C-l)$ $\omega = \omega_m$ のとき : $-\mu mg$

2

図1のように、質量のない長さ ℓ [m] のゴムひもの一端を地上から高さ h [m] の塔の点 A に固定し、点 A からゴムひもだけをつるしたとき、自然の状態のゴムひもの先端を点 B とする。つぎにゴムひもの先端に質量 m [kg] の物体を取り付け、物体を点 A から静かに鉛直下方に落下させたときの運動を考えよう。ここで、物体は質点とみなす。物体が点 B より上方にあるときは、ゴムひもは物体に力を及ぼさず、物体が点 B より下方にあるときは、ゴムひもはばね定数 k [N/m] のばねとしてはたらき、ゴムひもと物体は鉛直ばね振り子として運動するものと仮定する。空気抵抗を無視し、重力加速度を g [m/s²] とし、以下の問いに答えよ。

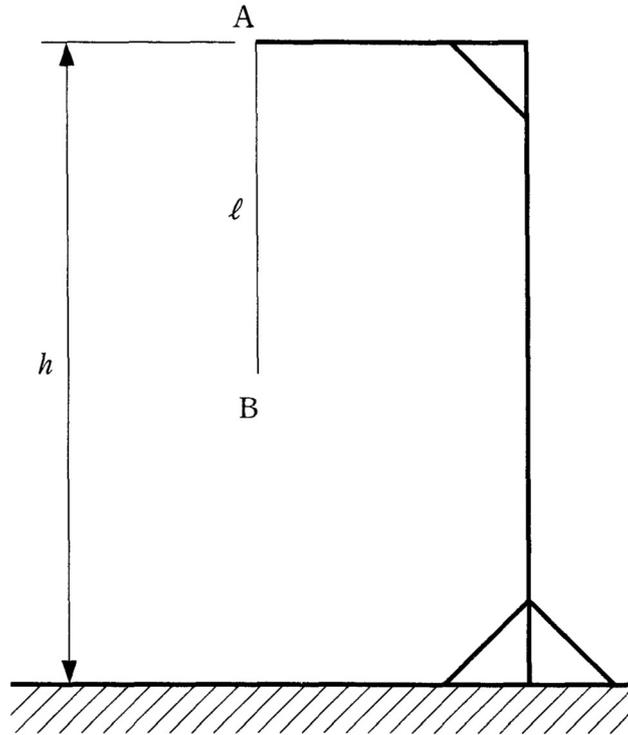


図 1

- 問1 最初に、物体をゴムひもに静かにつるしてつり合わせる。このときの点 B からのゴムひもの伸び x_S [m] を求めよ。
- 問2 つぎに物体を点 A から落下させる。物体が点 B を通過するときの速さ v_0 [m/s] を ℓ , g を用いて表せ。
- 問3 物体が地面にぶつからないとしたとき、ゴムひもの最大の伸び x_m [m] を v_0 , x_S , m , k を用いて表せ。
- 問4 物体が地面にぶつからないためには、点 A の高さ h はいくら以上必要かを ℓ , g , m , k を用いて表せ。
- 問5 物体が地面にぶつからないとしたとき、物体は周期運動をする。その 1 周期のうち、次のおのこの時間を ℓ , g , m , k の中の適当なものを用いて表せ。
- (a) 物体が点 B より上方にある時間 T_1 [s]。
- (b) 物体が点 B より下方にある時間 T_2 [s]。必要ならば、 $\sin \sqrt{\frac{k}{m}} t_0 = \frac{x_S}{x_m - x_S}$ を満たす正の最小値 t_0 [s] を用いよ。

(福井大学)

問1 $x_s = \frac{mg}{k}$ 問2 $v_0 = \sqrt{2gl}$ 問3 $x_m = x_s + \sqrt{x_s^2 + \frac{m}{k}v_0^2}$

問4 $h > \ell + \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{m}{k}2gl}$

問5 (a) $T_1 = 2\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$

(b) $T_2 = 2t_0 + \sqrt{\frac{m}{k}}\pi$