

【20】

大気中において、図 1 のように、水平に置かれた断面積 $S[\text{m}^2]$ のシリンダーがある。その内部にはなめらかに動くことができるピストン 1 とピストン 2 があり、2 つのピストンの間には物質 $n[\text{mol}]$ の単原子分子の理想気体が密封されている。シリンダーとピストン 1 の間には断熱材でできている。ピストン 1 にはばね定数 $k[\text{N/m}]$ のばねがつながれ、ばねの温度を自由に調節できる。ピストン 2 にはばね定数 $k[\text{N/m}]$ のばねがつながれ、ばねの他端はシリンダーに取り付けられた壁に固定されている。ピストン 1 はストップバーで固定され、ピストン 2 はばねが自然の長さとなる状態で静止していた。このときのピストン間の距離は $L[\text{m}]$ であった。これを状態 1(図 1)とする。

この状態 1 から温度調節器で気体をゆっくりと加熱することによりピストン 2 をゆっくりと移動させ、ピストン間の距離が $2L$ となったときに加熱をやめた。この状態を状態 2(図 2)とする。次にピストン 2 をストップバーで固定し、温度調節器でゆっくりと冷却し、気体の圧力が大気圧 $p_0[\text{Pa}]$ と等しくなったとき冷却をやめた。この状態を状態 3(図 3)とする。最後に、ピストン 1 のストップバーを外し、温度調節器で気体をゆっくりと冷却することによりピストン 1 をゆっくりと右へ移動させ、ピストン間の距離が L になったとき冷却をやめた。この状態を状態 4(図 4)とする。

以下の問いに答えよ。気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})]$ とする。温度調節器およびストップバーの体積と熱容量は無視できるものとする。問(1)を除き、答えには、 S , n , k , L , p_0 , R のうち必要な記号を用いよ。問(1)は設問の指示に従え。

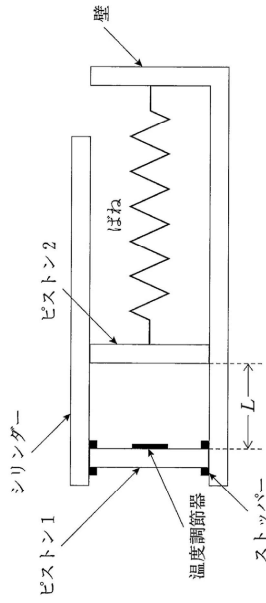


図 1 状態 1

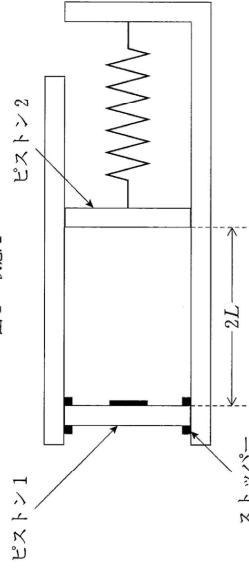


図 2 状態 2

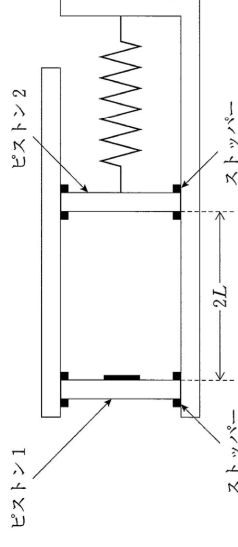


図 3 状態 3

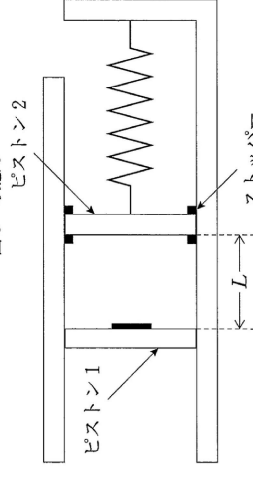


図 4 状態 4

- (1) 状態 1→状態 2→状態 3→状態 4 の気体の状態変化について、気体の体積と圧力の変化をグラフに実線で描け。さらに、状態 1, 状態 2, 状態 3, 状態 4 の点をグラフ中に黒丸(●)と状態の番号で示せ。ただし大気圧は p_0 、状態 2 の圧力は $p_2[\text{Pa}]$ とする。
- (2) 状態 1 の気体の温度 $T_1[\text{K}]$ を求めよ。
- (3) 状態 2 の気体の圧力 $p_2[\text{Pa}]$ を求めよ。
- (4) 状態 1 から状態 2 の過程で気体がピストン 2 にした仕事 $W_{12}[\text{J}]$ を求めよ。
- (5) 状態 2 の気体の温度 $T_2[\text{K}]$ を求めよ。
- (6) 状態 3 の気体の温度 $T_3[\text{K}]$ を求めよ。
- (7) 状態 2 から状態 3 の過程で内部エネルギーの変化量 $\Delta U[\text{J}]$ を求めよ。
- (8) 状態 2 から状態 3 の過程で気体が吸収または放出した熱量 $Q_{23}[\text{J}]$ を求めよ。ただし、吸収の場合を正、放出の場合を負として答えよ。
- (9) 状態 4 の気体の温度 $T_4[\text{K}]$ を求めよ。
- (10) 状態 3 から状態 4 の過程で気体がピストン 1 にした仕事 $W_{34}[\text{J}]$ を求めよ。
- (11) 状態 3 から状態 4 の過程で気体が吸収または放出した熱量 $Q_{34}[\text{J}]$ を求めよ。ただし、吸収の場合を正、放出の場合を負として答えよ。
- (12) 状態 1→状態 2→状態 3→状態 4 の気体の状態変化全体を通して、気体がピストン 1 にした仕事およびピストン 2 にした仕事の和 $W[\text{J}]$ を求めよ。

(信州大学)

【21】

次の文章を読み、の中に数式または単位を入れよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。

図 1 のように、円筒容器内に物質 n [mol]の単原子分子の理想気体がピストンで閉じ込められており、圧力 P [Pa]、体積 V [m^3]、温度 T [K]の状態にある。ピストンはなめらかに動かすことができ、ピストンの位置を調節しながら、気体にゆっくと熱を入りさせた。気体の圧力 P と体積 V の状態は図 2 の実線のような $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ のサイクル(循環過程)で変化した。 $A \rightarrow B$ の過程は圧力を一定に保った状態変化(等圧変化)であり、 $B \rightarrow C$ の過程は体積を一定に保った状態変化(等積変化)である。 $C \rightarrow A$ の過程では PV が一定の関係が成り立っている。

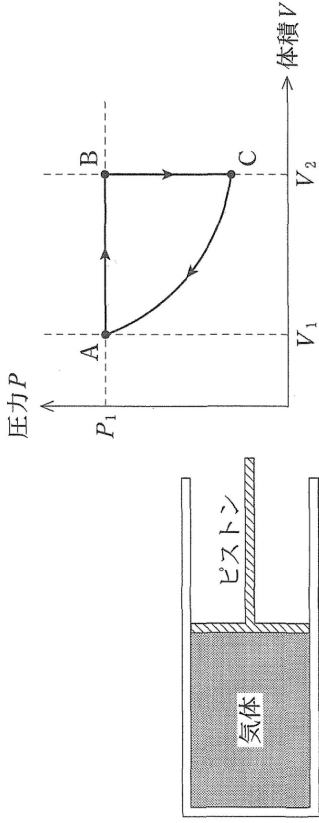


図 1

図 2

(1) A 点での気体の状態は物質 n [mol]、圧力 P [Pa]、体積 V [m^3]、温度 T [K]であることから、気体定数はと表され、その単位は仕事の単位 J を用いてである。 $A \rightarrow B$ の過程で、気体が外部にした仕事は [J]である。B 点での温度は [K]であるので、 $A \rightarrow B$ の過程での内部エネルギーの変化は [J]で、気体に [J]の熱量が与えられたことがわかる。 $A \rightarrow B$ の過程での物質 1 mol の温度を 1 K 高めるために必要な熱量(モル比熱)は [J/(mol $\cdot$ K)]となる。

(2) C 点での温度は [K]である。 $B \rightarrow C$ の過程では、気体から [J]の大きさの熱量が放出される。 $B \rightarrow C$ の等積変化におけるモル比熱は⑨の熱量の変化と④から⑧への温度変化の関係から [J/(mol $\cdot$ K)]であることがわかる。

(3) $C \rightarrow A$ の過程において $V_2 = 3V_1$ のとき、気体が放出した熱量が Q [J]であった。このときの $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ の 1 サイクルで気体がした正味の仕事は、 P_1 、 V_1 および Q を使うと、 [J]であり、サイクルの熱効率である。

(京都産業大学)

[22]

図 1 のような底面 S を通じて加熱・冷却のできるシリンダーにピストンにより 1 モルの単原子分子気体が閉じ込められている。ピストンが動くことによって、気体は状態変化 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ を行う。このとき、底面 S 以外は断熱されているとする。一連の状態変化における体積 V と圧力 p は図 2 で示した通りである。過程 $A \rightarrow B$ では、ピストンが固定され、気体は体積一定のままゆっくりと加熱される(定積変化)。過程 $B \rightarrow C$ では、気体は温度が一定となるよう加熱されながら膨張する(等温変化)。過程 $C \rightarrow D$ では、気体は熱の出入りがないくらい急速に膨張する(断熱変化)。過程 $D \rightarrow A$ では、気体は圧力が一定となるよう冷却されながらゆっくりと圧縮される(定圧変化)。

この気体は理想気体の状態方程式に従い、温度 T での内部エネルギー U は、 R を気体定数として $U = \frac{3}{2}RT$ であるとして、以下の間に答えなさい。解答では図 2 に示した量、すなわち、状態 A, B それぞれでの圧力 p_A , p_B 、および、状態 A, C, D それぞれでの体積 V_A , V_C , V_D を既知として、これらの量および気体定数 R を用いてよいが、それら以外を用いてはいけない。

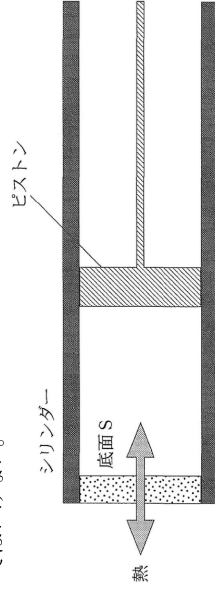


図 1

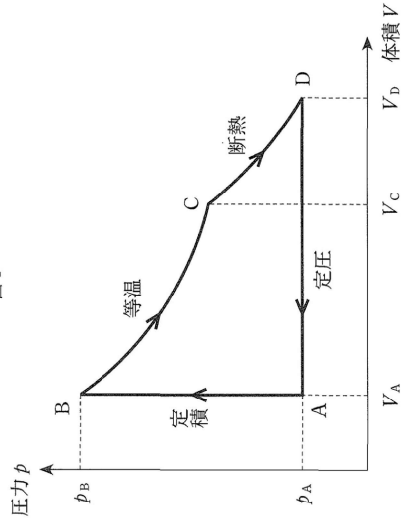


図 2

問 1 過程 $A \rightarrow B$ での温度上昇 ΔT と外部から気体に流入した熱量 Q_{AB} 、および、比熱 C_{AB} を求めなさい。

問 2 状態 C, D の温度 T_C , T_D を求めなさい。

問 3 過程 $C \rightarrow D$ で気体が外部になした仕事 W_{CD} を求めなさい。

問 4 過程 $D \rightarrow A$ で気体が外部からなされた仕事 W_{DA} と気体から外部に流出した熱量 Q_{DA} 、および、比熱 C_{DA} を求めなさい。

(三重大学)

[23]

次の問題の の中に入るべき数字、または数式を記入しなさい。ただし、解答には後に出てくる p 、 V は用いてはならない。

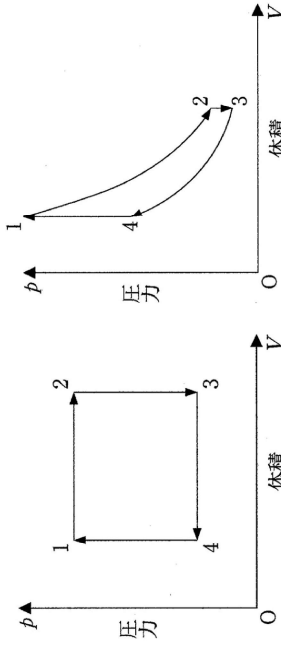


図 2-1

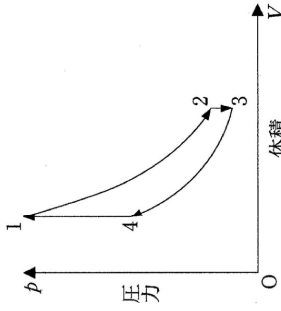


図 2-2

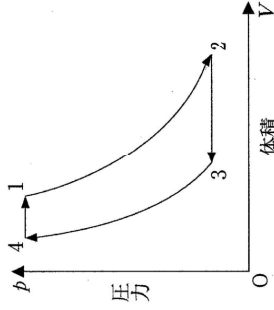


図 2-3

1 モルの単原子分子理想気体を状態 1 から 4 までの 4 つの状態間で 1→2→3→4→1→…と繰り返して変化させた。状態は常により変化させるとする。このサイクルを熱機関とみなしたとき、高温熱源から吸収した熱量を仕事に変換する熱効率について考察しよう。状態_n(=1, 2, 3, 4)の温度、圧力、体積をそれぞれ T_n [K], p_n [Pa], V_n [m³] とし、断熱過程では比熱比を γ として pV^γ が一定という条件が成り立つ。ここで γ は定圧モル比熱の定積モル比熱に対する比で、 $\gamma = \frac{5}{3}$ である。気体定数を R [J/(mol·K)] とする。

(1) 図 2-1 は定圧、定積過程よりなるサイクルの圧力-体積(p - V)図である。1→2 の過程で、気体が外部にする仕事は [J] で、気体が受け取る熱量は [J] である。 $V_1 = V$ 、 $V_2 = 2V$ 、 $p_1 = p$ 、 $p_2 = 2p$ のとき、 $T_1 = 2T$ とすると $T_2 =$ T 、 $T_3 =$ T 、 $T_4 =$ T 、熱効率は $e_1 =$ である。

(2) 図 2-2 は断熱、定積過程よりなるサイクルである。1→2, 3→4 は断熱過程である。1→2 の過程で、気体が外部にする仕事は (甲) [J] で、気体が受け取る熱量は (乙) [J] である。このサイクルの熱効率 e は T_1 , T_2 , T_3 , T_4 を使って $e =$ (丙) と表せる。ここで、 pV^γ が一定、理想気体の状態方程式、 $V_1 = V_4$ 、 $V_2 = V_3$ であることを使うと、 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 の間に (丁) の関係があることがわかる。したがって、 V_1 と V_2 によって

$$e = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^X$$

の形式で表すことができ、 X は (戊) となる。 $V_1 = V$ 、 $V_2 = 8V$ のときの e を e_2 とすると、 $e_1 =$ (己) である。

(3) 図 2-3 は断熱、定圧過程よりなるサイクルである。1→2, 3→4 は断熱過程である。このサイクルの熱効率 e は、 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 を使って $e =$ (庚) と表せる。ここで、 pV^γ が一定、理想気体の状態方程式、 $p_1 = p_4$ 、 $p_2 = p_3$ であることを使うと、 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 の間に (辛) の関係があることがわかる。したがって、 p_1 と p_2 によって

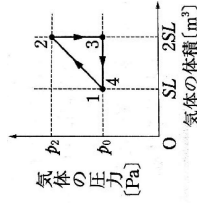
$$e = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^Y$$

の形式で表すことができ、 Y は (壬) となる。

(東京理科大学)

【20】

(1)



(2) 状態方程式より,

$$T_1 = \frac{p_0 SL}{nR}$$

(3) ピストン 2 にはたらく力のつり合いより,

$$p_2 S = p_0 S + kL \quad \therefore p_2 = p_0 + \frac{kL}{S}$$

(4) 大気にした仕事とばねにした仕事の合計になるので,

$$W_{12} = p_0 SL + \frac{1}{2} kL^2$$

(5) 状態方程式より,

$$T_2 = \frac{p_2 \times 2SL}{nR} = \frac{2(p_0 S + kL)L}{nR}$$

(6) 状態方程式より,

$$T_3 = \frac{p_0 \times 2SL}{nR} = \frac{2p_0 SL}{nR}$$

(7) $\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_2) = -3kL^2$

(8) 熱力学第 1 法則より,

$$Q_{23} = \Delta U = -3kL^2$$

(9) $T_4 = T_1$ なので,

$$T_4 = \frac{p_0 SL}{nR}$$

(10) $W_{34} = -p_0 SL$

(11) $\Delta U_{34} = \frac{3}{2} nR(T_4 - T_3) = -\frac{3}{2} p_0 SL$

なので, 熱力学第 1 法則より,

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + W_{34} = -\frac{5}{2} p_0 SL$$

(12) $W = W_{12} + W_{34} = \frac{1}{2} kL^2$

【21】

(1)① 状態方程式より,

$$R = \frac{p_1 V_1}{nT}$$

② J/mol・K

③ A→B は定圧変化なので, 気体が行った仕事は,

$$W_{AB} = p_1(V_2 - V_1)$$

④ 状態 B の温度を T_2 とすると, 状態方程式より,

$$T_2 = \frac{p_1 V_2}{nR} = \frac{V_2}{V_1} T$$

⑤

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} nR(T_2 - T) = \frac{3}{2} p_1(V_2 - V_1)$$

⑥ 熱力学第 1 法則より,

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \frac{5}{2} p_1(V_2 - V_1)$$

⑦ 求めるモル比熱は,

$$C_p = \frac{Q_{AB}}{n(T_2 - T)} = \frac{5p_1 V_1}{2nT}$$

(2)⑧ 過程 C→A は PV が一定なので, これは等温過程を表している。よって, C 点での温度は A 点に等しいので, T

⑨ 過程 B→C は定積変化なので, 放出する熱量は,

$$q_{BC} = \frac{3}{2} nR(T_2 - T) = \frac{3}{2} p_1(V_2 - V_1)$$

⑩ 求めるモル比熱は,

$$C_v = \frac{q_{BC}}{n(T_2 - T)} = \frac{3p_1 V_1}{2nT}$$

(3)

⑪ 1 サイクルでの正味の仕事は, 吸収熱量と放出熱量との差で求められるので,

$$W = Q_{AB} - (q_{BC} + Q) = 2p_1 V_1 - Q$$

⑫ 求める熱効率は,

$$e = \frac{W}{Q_{AB}} = \frac{2p_1 V_1 - Q}{5p_1 V_1}$$

【22】

問 1

状態 A, B の温度をそれぞれ T_A , T_B とすると, 状態方程式より,

$$p_A V_A = RT_A$$

$$p_B V_B = RT_B$$

よって, 温度上昇は,

$$\Delta T = T_B - T_A = \frac{(p_B - p_A)V_A}{R}$$

A→B は定積変化なので,

$$Q_{AB} = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} (p_B - p_A)V_A$$

また, 比熱は,

$$C_{AB} = \frac{Q_{AB}}{\Delta T} = \frac{3}{2} R$$

問 2

B→C は等温変化なので, $T_C = T_B$

よって, 状態方程式より,

$$T_C = \frac{p_B V_B}{R}$$

D についても状態方程式より,

$$T_D = \frac{p_A V_D}{R}$$

問 3

C→D は断熱変化なので, 熱力学第

1 法則より,

$$0 = W_{CD} + \frac{3}{2} R(T_D - T_C)$$

問 2 の結果を代入して,

$$W_{CD} = \frac{3}{2} R(T_C - T_D) = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_D)$$

問 4

D→A は定圧変化なので,

$$W_{DA} = p_A(V_D - V_A)$$

吸収した熱量を Q とすると, 熱力学

第 1 法則より,

$$Q = W_{DA} + \frac{3}{2} R(T_A - T_D) = p_A(V_D - V_A) + \frac{3}{2} (p_A V_A - p_A V_D)$$

$$= \frac{5}{2} p_A(V_A - V_D)$$

よって, 外部に流出した熱量は,

$$Q_{DA} = -Q = \frac{5}{2} p_A(V_D - V_A)$$

また, 比熱は,

$$C_{DA} = \frac{Q_{DA}}{T_D - T_A} = \frac{5}{2} R$$

【23】

(1) (ア) 定圧($p_1 = p_2$)変化なので、

$$W_{12} = p_1(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1) \quad \boxed{\text{答}}$$

(イ) 定圧モル比熱が $\frac{5}{2}R$ より、

$$Q_{12} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) \quad \boxed{\text{答}}$$

(ウ) (I) (イ) $V_1 = V_4 = V$, $V_2 = V_3 = 2V$,

$p_3 = p_4 = p$, $p_1 = p_2 = 2p$, $T_1 = 2T$ なので、

$$\frac{2pV}{2T} = \frac{2p \times 2V}{T_2} = \frac{p \times 2V}{T_3} = \frac{pV}{T_4}$$

よって、

$$T_2 = 4T \quad \boxed{\text{答}}, \quad T_3 = 2T \quad \boxed{\text{答}}, \quad T_4 = T \quad \boxed{\text{答}}$$

(ロ) p - V グラフに囲まれた面積より、

$$W = (2p - p) \times (2V - V) = pV = RT$$

また、熱を吸収する過程は $4 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2$ であり、(イ)より

$$Q_{12} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) = 5RT$$

また、 $4 \rightarrow 1$ は定積過程なので、定積モル比熱が $\frac{3}{2}R$ より、

$$Q_{41} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}RT$$

したがって、求める熱効率 e は、

$$e = \frac{W}{Q_{41} + Q_{12}} = \frac{2}{13} \quad \boxed{\text{答}}$$

(2) (イ) $1 \rightarrow 2$ は断熱過程なので、熱力学第1法則より、

$$\begin{aligned} 0 &= W_{12} + \Delta U_{12} \\ \therefore W_{12} &= -\Delta U_{12} = -\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) \\ &= \frac{3}{2}R(T_1 - T_2) \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

(ウ) 0 答

(ロ) (イ)と同様に、

$$W_{34} = -\frac{3}{2}R(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}R(T_3 - T_4)$$

したがってこのサイクルにおける正味の仕事は、

$$W = W_{12} + W_{34} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2 + T_3 - T_4)$$

また、このサイクルで吸収する熱量は、

$$Q_{41} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_4)$$

よって、熱効率は、

$$e = \frac{W}{Q_{41}} = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{T_1 - T_4} \quad \boxed{\text{答}}$$

(ロ) $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$ において $pV^\gamma = \text{一定}$ より、

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma, \quad p_4V_4^\gamma = p_3V_3^\gamma$$

2式より、

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3}$$

$$\frac{RT_1}{V_1} = \frac{RT_2}{V_2} \quad \therefore \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} \quad \boxed{\text{答}}$$

(イ) (ロ)より $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \alpha$ とすると、

$$T_4 = \alpha T_1, \quad T_3 = \alpha T_2$$

したがって、

$$\begin{aligned} e &= \frac{T_1 - T_2 + \alpha T_2 - \alpha T_1}{T_1 - \alpha T_1} \\ &= \frac{(1 - \alpha)T_1 - (1 - \alpha)T_2}{(1 - \alpha)T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

ここで、 $pV^\gamma = \text{一定}$ より、 $pV^{\gamma-1} = \text{一定}$ なので、

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \quad \therefore \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

以上より、

$$e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-(\gamma-1)}$$

$$\therefore X = -(\gamma - 1) \quad \boxed{\text{答}}$$

(ロ) $V_1 = V$, $V_2 = 8V$, $\gamma = \frac{5}{3}$ を代入して、

$$e_2 = 1 - \left(\frac{8V}{V}\right)^{-\frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \boxed{\text{答}}$$

(3) (ア)と同様にして、

$$W_{41} = p_1(V_1 - V_4) = R(T_1 - T_4)$$

$$W_{23} = p_2(V_3 - V_2) = R(T_3 - T_2)$$

(イ)と同様にして、

$$W_{12} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2), \quad W_{34} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_4)$$

よって、このサイクルの正味の仕事は、

$$\begin{aligned} W &= W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} \\ &= \frac{5}{2}R(T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \end{aligned}$$

このサイクルで吸収する熱量は、

$$Q_{41} = \frac{5}{2}R(T_1 - T_4)$$

したがって熱効率は、

$$e = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{T_1 - T_4} \quad \boxed{\text{答}}$$

(ロ) (ロ)と同様にして、 $\frac{T_1}{T_4} = \frac{T_3}{T_2}$ 答

(イ) (イ)と同様の変形を用いると、

$$e = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

ここで状態方程式より、 $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1}$

であり、 $pV^\gamma = \text{一定}$ より、 $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

であるので、

$$\begin{aligned} e &= 1 - \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ \therefore Y &= \frac{\gamma-1}{\gamma} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$